

Электронный архив УГЛТУ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Уральский государственный лесотехнический
университет

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА
Контрольные задания для студентов
заочной формы обучения

Екатеринбург
2010 г.

Требования к выполнению и оформлению контрольных работ	3
1. Линейная алгебра.....	4
2. Векторная алгебра	7
3. Аналитическая геометрия	7
4. Предел и непрерывность	10
5.1. Дифференциальное исчисление.....	11
5.2. Интегральное исчисление	12
6. Функциональный анализ	13
7. Функции нескольких переменных.....	14
8. Комплексный анализ	15
9. Дифференциальные уравнения	17
10. Ряды.....	18
11. Гармонический анализ	19
12. Дискретная математика	21
13. Теория вероятностей	23
14. Математическая статистика	26
15. Абстрактная алгебра.....	27
16. Численные методы.....	28
17. Дифференциальная геометрия	29
18. Экономико-математические методы и модели	30
Литература	33
Приложения	34
Приложение 1.	34
Приложение 2.	35

Требования к выполнению и оформлению контрольных работ

Контрольные работы предназначены для студентов всех специальностей заочной формы обучения.

Для того чтобы определиться с выбором тем, входящих в контрольные работы в соответствующем семестре, необходимо:

- 1) знать номер специальности, по которой происходит обучение (указан в зачетной книжке);
- 2) в таблице (см. Приложение 1) выбрать строку, соответствующую номеру специальности;
- 3) в столбце, с номером нужного семестра, определить номера контрольных работ и входящих в них тем.

Контрольная работа выполняется индивидуально в рукописном варианте.

Требования, предъявляемые к оформлению контрольной работы:

- 1) титульный лист заполняется в установленной форме (см. Приложение 2);
- 2) в тексте контрольной обязательно указывается номер и название темы;
- 3) нумерация задач в соответствующей теме должна быть сохранена;
- 4) решение каждой задачи приводится в развернутом виде.

Рекомендуем сохранять на руках дубликат контрольных работ, в связи с необходимостью его использования при подготовке к экзаменам и зачетам, а также на случай утери контрольной при пересылке.

1. Линейная алгебра

№ 1

Найдите определитель матрицы $\begin{pmatrix} -a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ -2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ -a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, если определитель

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -1.$$

№ 2

Укажите соответствие между определителем матрицы и результатом его вычисления.

$$1) \begin{vmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 3 & 15 & 4 \\ 2 & 10 & 4 \end{vmatrix}; \quad 3) \begin{vmatrix} 4 & 6 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}; \quad 4) \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

a) -20; b) 60; c) -30; d) 30; e) 0.

№ 3

Укажите верные утверждения:

Определитель матрицы остается без изменения, если...

- 1) переставить местами две строки;
- 2) транспонировать матрицу;
- 3) прибавить к какой-либо строке другую строку, умноженную на любое число;
- 4) умножить некоторую строку на любое число.

№ 4

Укажите алгебраическое дополнение элемента a_{31} для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$1) A_{31} = -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}; \quad 2) A_{31} = -\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \quad 3) A_{31} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \quad 4) A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

№ 5

Найдите размерность матрицы B , если при умножении матрицы A размерности 2×3 на матрицу B , получилась матрица C размерности 2×9 .

№ 6

Найдите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 6 & -9 \\ 4 & 8 & -12 \end{pmatrix}$.

№ 7

Укажите, чему равен определитель квадратной матрицы A четвертого порядка, если ее ранг $r(A) = 1$.

- 1) $\det(A) = 5$; 2) $\det(A) = 0$; 3) $\det(A) = 1$; 4) $\det(A) = 4$.

№ 8

Решите матричное уравнение $A + X = 2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

№ 9

Найдите $\det(B^T \cdot A)$, если $A = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

№ 10

Укажите, какие произведения определены для матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ и

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

- 1) AB^T ; 2) AB ; 3) BA^T ; 4) $A^T B^T$; 5) BA .

№ 11

Укажите соответствие между произведениями матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$,

$C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ и результатом его вычисления.

- 1) $A \cdot B$; 2) $A \cdot C$; 3) $B \cdot C$.

a) $\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 20 & 30 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -1 & 39 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 13 & 25 \\ 6 & 20 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 7 & 27 \\ 10 & 15 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} -2 & 10 \\ -18 & 35 \end{pmatrix}$.

№ 12 Найдите сумму элементов матрицы $B \cdot A$, расположенных на её главной диагонали,

если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

№ 13 Укажите соответствие между данными матрицами и матрицами, обратными к ним.

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$; 2) $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$.

a) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 2,5 & 0,5 \end{pmatrix}$; b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2,5 & -0,5 \end{pmatrix}$; c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,6 & 0,2 \\ 0,8 & -0,1 \end{pmatrix}$;

d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0,25 \\ -1 & 1,25 \end{pmatrix}$; e) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{18} & -\frac{1}{9} \\ \frac{5}{18} & \frac{8}{18} \end{pmatrix}$.

№ 14

Найдите значение α , при котором обратная матрица к матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 4 \\ 6 & 5 - \alpha & 12 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

не существует.

№ 15

Найдите собственное значение λ , если вектор $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ является собственным век-

тором матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

№ 16 Укажите формулу, по которой могут быть найдены собственные значения собственных векторов линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{vmatrix} 1+\lambda & 2 \\ 3 & 4+\lambda \end{vmatrix} = 0$; 2) $\begin{vmatrix} 1 & 2+\lambda \\ 3+\lambda & 4 \end{vmatrix} = 0$; 3) $\begin{vmatrix} 1 & 2-\lambda \\ 3-\lambda & 4 \end{vmatrix} = 0$;
4) $\begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 3 & 4-\lambda \end{vmatrix} = 0$.

№ 17 Укажите верные утверждения:

При решении системы линейных уравнений с квадратной матрицей коэффициентов A можно применять формулы Крамера, если ...

- 1) один из столбцов матрицы A является линейной комбинацией остальных;
- 2) столбцы матрицы A линейно независимы;
- 3) определитель матрицы A не равен нулю;
- 4) строки матрицы A линейно зависимы.

№ 18 Укажите решение матричного уравнения $XA = B$, если A и B – обратимые квадратные матрицы одного порядка.

- 1) $B^{-1}A^{-1}$; 2) BA^{-1} ; 3) $A^{-1}B$; 4) $A^{-1}B^{-1}$.

№ 19 Укажите соответствие между определителями системы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 4, \\ 4x_1 + 5x_2 = 6 \end{cases}$ и их значениями.

- 1) Δ ; 2) Δ_1 ; 3) Δ_2 .

- a) 2; b) -4; c) 6; d) 14.

№ 20 Укажите, какие переменные в системе уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ x_2 - 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \end{cases}$$

можно считать независимыми (свободными).

- 1) x_4 ; 2) x_4, x_5 ; 3) x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ; 4) x_1, x_2, x_3 .

№ 21 Укажите верное утверждение:

Квадратичная форма двух переменных $3x^2 + 2xy + 2y^2$ является...

- 1) неположительно определенной;
- 2) знаконеопределенной;
- 3) отрицательно определенной;
- 4) положительно определенной.

№ 22 Укажите квадратичную форму, соответствующую матрице $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

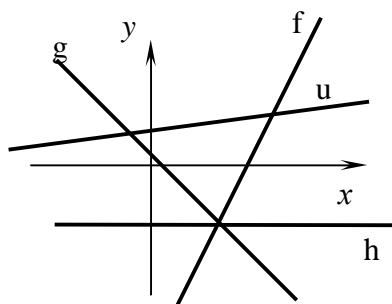
- 1) $x^2 - 4xy + 3y^2$; 2) $x^2 - 2xy + 3y^2$; 3) $3x^2 - 4xy + 3y^2$; 4) $x^2 + 4xy - 3y^2$.

2. Векторная алгебра

- № 1 Выразите вектор $\vec{c} = \vec{BO} - \vec{OC}$ через векторы $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, если $ABCD$ – параллелограмм и O – точка пересечения его диагоналей.
1) $\vec{a} - \vec{b}$; 2) $-\vec{b}$; 3) $\vec{b} - \vec{a}$; 4) $-\vec{a}$.
- № 2 Укажите вид выражения $\vec{AC} - \vec{BC} + \vec{PM} - \vec{AP} + \vec{BM}$ после упрощения.
1) $2\vec{PM}$; 2) \vec{PM} ; 3) \vec{AP} ; 4) \vec{AC} .
- № 3 Найдите длину и начало вектора $\vec{a} = (-1; -2; 1)$, если его конец совпадает с точкой $(6; 4; 5)$.
- № 4 Укажите соответствие между отрезком и его длиной, если $A(-3; -3)$, $B(5; 3)$, $C(5; -3)$.
1) $|\vec{AB}|$; 2) $|\vec{AC}|$; 3) $|\vec{BC}|$.
а) 2; б) 1; в) 10; г) 6; е) 8.
- № 5 Укажите соответствие между действием и результатом, если $\vec{a} = (-3; -1; 2)$ и $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.
1) $-3\vec{a} + \vec{b}$; 2) $-\vec{a} - 2\vec{b}$; 3) $2\vec{a} + 2\vec{b}$.
а) $-8\vec{j} + 8\vec{k}$; б) $(5; -1; 6)$; в) $-8\vec{i} + 8\vec{k}$; г) $(5; -1; -6)$; е) $(8; 4; -4)$.
- № 6 Найдите значение k , при котором вектора $\vec{a} = (1; 2; 3)$ и $\vec{b} = (2; k; 6)$: 1) коллинеарны, 2) перпендикулярны.
- № 7 Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2\sqrt{2}$, $|\vec{a}| = 0,5$, $|\vec{b}| = 8$.
- № 8 Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} = (1; 0; 2)$ и $\vec{b} = (2; 3; -1)$.
- № 9 Найдите значение выражения $(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})(2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}) - (5\vec{i} + 3\vec{j})^2$.
- № 10 Найдите площадь треугольника ABC , если $A(1; -2; 8)$, $B(0; 0; 4)$ и $C(6; 2; 0)$.
- № 11 Укажите значения α и β , при которых векторное произведение векторов $\vec{a} = (4; \alpha; 6)$ и $\vec{b} = (2; 1; \beta)$ равно нулю.
1) $\alpha = 2$; $\beta = \frac{1}{3}$; 2) $\alpha = 2$; $\beta = 1$; 3) $\alpha = 2$; $\beta = 3$; 4) $\alpha = 2$; $\beta = 4$.
- № 12 Найдите объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{k}$ и $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$.

3. Аналитическая геометрия

- № 1 Найдите уравнение прямой, проходящей через точки $A(0; -1)$ и $B(-2; 1)$. Укажите ее угловой коэффициент. Постройте эту прямую.
- № 2 Укажите прямые, имеющие положительный угловой коэффициент.



- 1) u ; 2) g ; 3) h ; 4) f .
- № 3 Найдите уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2; 3)$, параллельно прямой $y = 5x - 2$.

- № 4** Укажите прямые, параллельные прямой, проходящей через точки $M_0(-1; -1)$ и $M_1(3; 4)$.
- 1) $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$; 2) $-\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1$; 3) $-\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$; 4) $\frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 1$.
- № 5** Найдите значение p , при котором вектор $\vec{N} = (3, p)$ перпендикулярен прямой $3x - y - 3 = 0$.
- № 6** Укажите координаты точки D , где CD – медиана треугольника ABC с вершинами $A(-1; -1)$, $B(3; -1)$, $C(1; 3)$.
- 1) $(2; -2)$; 2) $(1; -1)$; 3) $(-2; 0)$; 4) $(0; 1)$.
- № 7** Найдите сумму координат точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$, если точки $A(2; 6)$, $B(0; 8)$ и $C(4; 8)$ являются последовательными его вершинами.
- № 8** Найдите значение k , при котором расстояние между точками $A(1; 2)$ и $B(k; -2)$ равно 5.
- № 9** Определите вид и сделайте схематичный чертеж каждой из кривых, заданных уравнениями.
- 1) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$; 2) $y^2 = 4x$; 3) $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 1$;
- 4) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$; 5) $x^2 = 2y$.
- Найдите:
- для *окружности* – координаты центра и радиус;
 - для *эллипса* – координаты фокусов, расстояние между ними, большую и малую полуоси;
 - для *гиперболы* – координаты фокусов, действительную и мнимую полуоси, уравнения асимптот;
 - для *параболы* – координаты фокуса, уравнение директрисы.
- № 10** Укажите уравнение окружности, которая проходит через точку $A(9; 7)$ и имеет центр в точке $C(1; 1)$.
- 1) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 100$; 2) $(x-9)^2 + (y-7)^2 = 100$;
- 3) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 10$; 4) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 100$.
- № 11** Найдите радиус окружности $x^2 - 6x + y^2 = 0$.
- № 12** Укажите соответствие между кривой второго порядка и ее уравнением.
- 1) парабола; 2) эллипс; 3) гипербола.
- а) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{49} = 1$; б) $y^2 = 49x$; в) $81y^2 - 49x^2 = 0$; г) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{81} = 1$;
- е) $49y^2 + 81x^2 = 0$.
- № 13** Найдите полярные координаты точки $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

- № 14** Укажите верное утверждение:
Уравнение $\rho = 49$ в полярной системе координат $(\rho; \varphi)$ задает...
- 1) прямую линию;
 - 2) окружность радиуса 7 с центром в полюсе;
 - 3) окружность радиуса 49 с центром в полюсе;
 - 4) луч.
- № 15** Укажите вид уравнения $\rho = a \cos \varphi$ в декартовых координатах.
- 1) $x^2 + y^2 = ay$;
 - 2) $x^2 + y^2 = a$;
 - 3) $\sqrt{x^2 + y^2} = ay$;
 - 4) $x^2 + y^2 - ax = 0$.
- № 16** Укажите координаты точки M , симметричной точке B относительно точки A , если $A(3; -1; 4)$ и $B(2; 1; 5)$.
- 1) $(4; -3; 3)$;
 - 2) $(1; 3; 6)$;
 - 3) $(6; 3; 1)$;
 - 4) $(3; -3; 4)$.
- № 17** Найти объем этого куба, если $A(-1; 3; 4)$ и $B(0; 1; 4)$ - две его смежные вершины.
- № 18** Укажите верное утверждение:
В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с абсциссами разных знаков, тогда этот отрезок обязательно ...
- 1) пересекает плоскость Oyz ;
 - 2) пересекает плоскость Oxy ;
 - 3) пересекает ось абсцисс;
 - 4) пересекает плоскость Oxz .
- № 19** Укажите верное утверждение:
Уравнение $3z - 1 = 0$ определяет плоскость ...
- 1) совпадающую с плоскостью Oxy ;
 - 2) перпендикулярную только плоскости Oyz ;
 - 3) параллельную плоскости Oxy ;
 - 4) перпендикулярную только плоскости Oxz .
- № 20** Укажите соответствие между уравнениями плоскостей и точками, лежащими в этих плоскостях.
- 1) $3x + y + 2z - 7 = 0$;
 - 2) $-x + y + z - 3 = 0$;
 - 3) $x - 3y - z + 1 = 0$;
 - 4) $x + y - z = 0$.
- a) $(0; 0; 3)$; b) $(0; 0; 0)$; c) $(2; 1; 1)$; d) $(3; 1; 1)$; e) $(1; 2; 1)$.
- Найдите для каждой плоскости координаты нормального вектора.
- № 21** Укажите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 1; 1)$ и ось Ox .
- 1) $x + y = 2$;
 - 2) $x + y + z = 3$;
 - 3) $x + z = 2$;
 - 4) $y - z = 0$.
- № 22** Найдите уравнения прямой, проходящей через точку $A(3; 3; 0)$ перпендикулярно плоскости $7x + 7y - 6z + 7 = 0$.
- № 23** Найдите координату x_0 точки $A(x_0; 2; 3)$, принадлежащей плоскости $3x + y - 2z - 2 = 0$.
- № 24** Укажите значение p , при котором вектор $\vec{s} = (p; 6; -3)$ параллелен прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{-1}$.
- 1) 9;
 - 2) -5;
 - 3) 5;
 - 4) 18.
- № 25** Укажите точку пересечения плоскости $10x + y + 5z + 10 = 0$ с осью Oz .
- 1) $A(0; 0; -2)$;
 - 2) $B(0; 0; 5)$;
 - 3) $C(-2; 0; 2)$;
 - 4) $D(0; 0; 2)$.

№ 26 Найдите расстояние от точки $A(1;2;-1)$ до плоскости $2x + 3y + 6z = 0$.

№ 27 Укажите уравнение сферы с центром в точке $O(0;1;0)$.

1) $x^2 + y^2 + 2y + z^2 = 0$; 2) $x^2 + y^2 - 2y + z^2 - 99 = 0$;

3) $x^2 + y^2 - 2y + z^2 = 0$; 4) $x^2 + y^2 + y + z^2 - 99 = 0$.

№ 28 Укажите соответствие между названием и уравнением поверхности.

1) сфера; 2) параболоид; 3) гиперболоид;

4) конус; 5) эллипсоид; 6) цилиндр.

a) $x + y^2 + z^2 = 1$; b) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$; c) $x^2 + y^2 - z^2 = 0$;

d) $x^2 - y^2 - z^2 = 1$; e) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 9$; f) $x^2 + y^2 = 1$.

4. Предел и непрерывность

№ 1 Найдите количество целых чисел, принадлежащих области определения функции

$$y = \frac{\sqrt{5-x^2}}{x}.$$

№ 2 Укажите такую функцию $g(x)$, чтобы сложная функция $g(f(x))$ была четной, если $f(x) = \sin x$.

1) $g(x) = x - 1$; 2) $g(x) = 5x^2 + 7$; 3) $g(x) = 5^x$; 4) $g(x) = \frac{3}{x^4} + 2$.

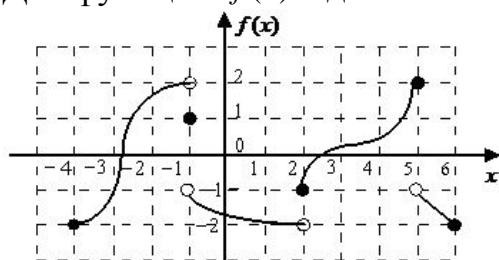
№ 3 Укажите функцию, областью определения которой является промежуток $(-5; +5)$.

1) $y = 3^{\frac{1}{x-5}}$; 2) $y = \sqrt{x^2 - 5}$; 3) $y = \log_2(25 - x^2)$; 4) $y = \frac{x-5}{x+5}$.

№ 4 Найдите область значений для функции $y = \sqrt{x^2 + x - 6} + 5$.

№ 5 Укажите верные утверждения:

Для функции $f(x)$ заданной на отрезке $[-4; 6]$ графиком ...



1) среди значений функции $f(x)$ на отрезке $[2; 6]$ есть наибольшее и наименьшее значение;

2) на промежутке $[-1; 2]$ функция $f(x)$ убывает;

3) при любом значении x выполняется неравенство $|f(x)| < 2$;

4) уравнение $f(x) = 1$ имеет три корня.

№ 6

Найдите $\lim_{x \rightarrow -1-0} \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{4}{x+1}}$.

№ 7 Найдите пределы

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 8}{x^3 - 2x - 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 3x}{x^3 - 4}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4}{6x^7 - 5x + 2}$.

№ 8 Укажите соответствие между пределами и их значениями.

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x + 1}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

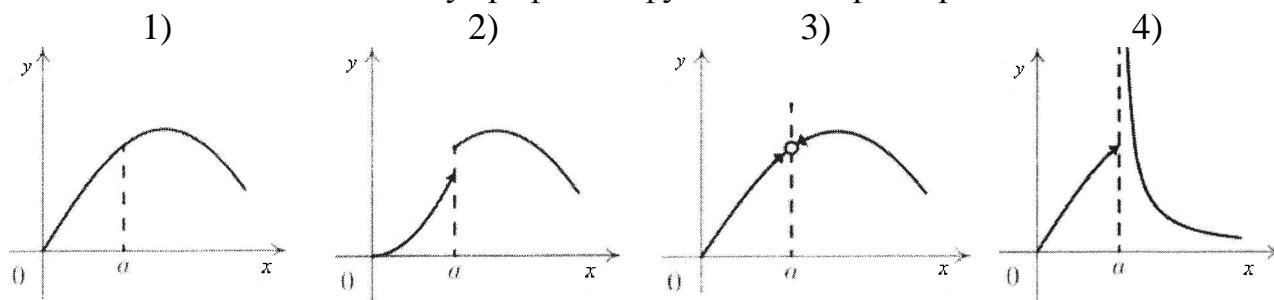
a) $\frac{1}{16}$; b) ∞ ; c) $-\infty$; d) -2; e) 2.

№ 9 Укажите соответствие между функцией и ее точкой разрыва.

1) $y = \frac{1}{x^2 + 6x + 9}$; 2) $y = 3 + 2^{\frac{1}{x}}$; 3) $y = 1 - \sin \frac{1}{x+4}$; 4) $y = \frac{2}{\sqrt{x-3}} + 9$.

a) 4; b) -4; c) -3; d) 3; e) 0.

№ 10 Укажите соответствие между графиком функции и характером точки $x = a$.



- a) точка разрыва 1-го рода;
b) точка устранимого разрыва;
c) точка непрерывности;
d) точка разрыва 2-го рода.

5.1. Дифференциальное исчисление

№ 1 Найдите производные указанных функций:

1) $y = \sin^4 x$; 2) $y = e^{e^x}$; 3) $y = (1 + \ln x)^2$; 4) $y = \sqrt{1 + \cos x}$.

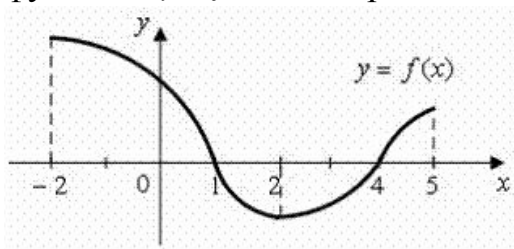
№ 2 Касательная к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; y_0)$ проходит через начало координат и точку $A(-4; -24)$. Найдите значение $f'(x_0)$.

№ 3 Найдите ускорение материальной точки в момент времени $t = 2$, если закон ее движения имеет вид $s = t^3 + e^{2-t} - e^2$.

№ 4 Найдите значение производной второго порядка функции $y = \ln(10x+1)$ в точке $x=0$.

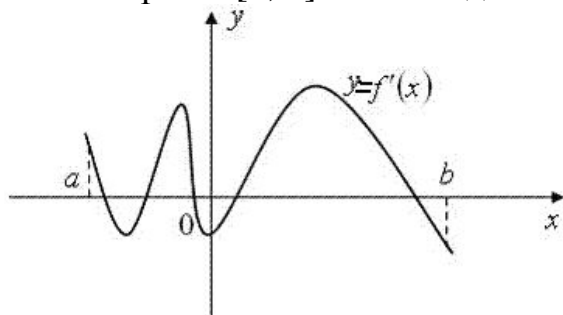
№ 5 Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + 1$ на отрезке $[-2; 2]$.

№ 6 Укажите соответствие между заданными условиями и промежутками, если график функции $y = f(x)$ на отрезке $[-2; 5]$ имеет вид.



- 1) $y < 0, y' > 0, y'' > 0$; 2) $y > 0, y' < 0, y'' < 0$;
3) $y > 0, y' > 0, y'' < 0$; 4) $y < 0, y' < 0, y'' > 0$.
a) $(-2; 1)$; b) $(4; 5)$; c) $(1; 2)$; d) $(2; 4)$; e) $(-2; 2)$.

- № 7 Укажите количество точек экстремума функции $y = f(x)$, если график ее производной на отрезке $[a; b]$ имеет вид.



- № 8 Найдите уравнения вертикальной и наклонной асимптот к графику функции $y = \frac{2x^2 + x + 4}{x - 1}$.

5.2. Интегральное исчисление

- № 9 Найдите множество первообразных для функций.

1) $f(x) = \sin(2x + 5)$; 2) $y = 3x^2 - 2x + 1$.

- № 10 Укажите верные утверждения (C – произвольная постоянная):

1) $\int d(\sqrt{4 - x^2}) = (\sqrt{4 - x^2})' + C$;

2) $\int (x - 1) \cdot e^{1-x} dx = \int (x - 1) dx \cdot \int e^{1-x} dx$;

3) $\int 2 \operatorname{tg} x dx = 2 \int \operatorname{tg} x dx$;

4) $(\int \cos(4 - 3x) dx)' = \cos(4 - 3x)$;

5) $\int d(\sin 2x) = (\sin 2x) + C$.

- № 11 Найдите интегралы.

1) $\int \frac{dx}{x-4}$; 2) $\int \sin^3 x \cos x dx$; 3) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$; 4) $\int \frac{e^x dx}{1+e^x}$; 5) $\int \frac{dt}{7-t^2}$.

- № 12 Укажите соответствие между неопределенными интегралами и разложениями подынтегральных функций на элементарные дроби.

1) $\int \frac{3x-1}{(x-1)(x+2)} dx$; 2) $\int \frac{1}{x^2(x-1)} dx$; 3) $\int \frac{2x+1}{x(x^2+1)} dx$; 4) $\int \frac{5x-4}{x^2(x^2+9)} dx$.

a) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x-1}$; b) $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{Cx+D}{x^2+9}$; c) $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$; d) $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$; e) $\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2+1}$.

- № 13 Укажите значение $\int_0^1 2f(x) dx$, если $\int_0^{1/2} f(x) dx = 3$, $\int_1^{1/2} f(x) dx = -5$.

1) 8; 2) 4; 3) 2; 4) 16.

- № 14 Найдите $\int_0^1 \frac{x dx}{(x^2+1)^2}$.

- № 15 Укажите поведение несобственных интегралов (сходится или расходится).

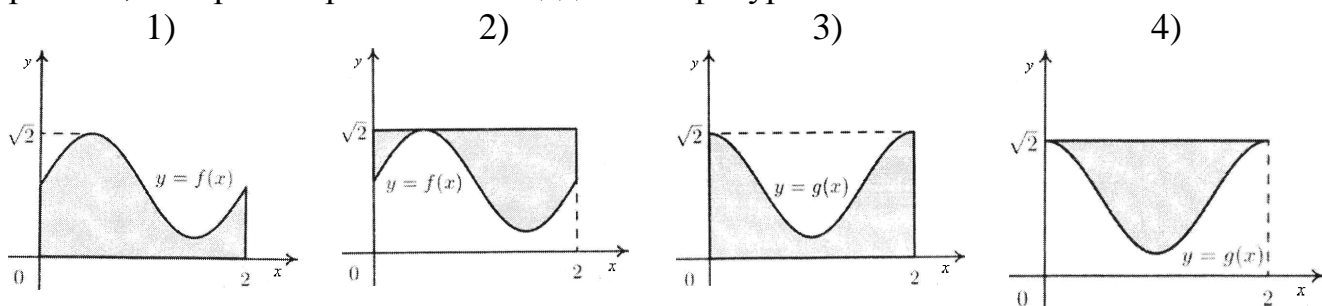
1) $\int_1^{+\infty} x^{-5} dx$; 2) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{5}{2}} dx$; 3) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{3}{5}} dx$; 4) $\int_1^{+\infty} x^{-\frac{1}{5}} dx$.

№ 16 Укажите вид определенного интеграла, выражающего площадь треугольника с вершинами (0;0); (3;15); (0;15).

1) $\int_0^3 5x dx$; 2) $\int_0^3 (15-5x) dx$; 3) $\int_0^3 \left(15-\frac{x}{5}\right) dx$; 4) $\int_0^3 (5x-15) dx$.

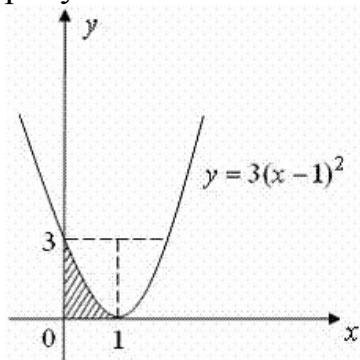
№ 17 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$, $x = 1$.

№ 18 Укажите соответствие между заштрихованными фигурами и определенными интегралами, которые выражают площади этих фигур.



a) $\int_0^2 f(x) dx$; b) $\int_0^2 (\sqrt{2} - f(x)) dx$; c) $\int_0^{\sqrt{2}} (2 - f(x)) dx$; d) $\int_0^{\sqrt{2}} (2 - g(x)) dx$;
e) $\int_0^2 (\sqrt{2} - g(x)) dx$; f) $\int_0^2 g(x) dx$.

№ 19 Укажите интеграл, который соответствует площади фигуры, заштрихованной на рисунке.



1) $-\int_0^3 \left(\sqrt{\frac{y}{3}} + 1\right) dy$; 2) $\int_0^3 \sqrt{\frac{y}{3}} dy$; 3) $\int_0^1 \left(\sqrt{\frac{y}{3}} + 1\right) dy$; 4) $\int_0^3 \left(-\sqrt{\frac{y}{3}} + 1\right) dy$.

6. Функциональный анализ

№ 1 Укажите количество точек множества {0,5; 1,2; 3,2; -0,5; 1,1; 2,2} принадлежащих ε – окрестности точки $x=1$, если $\varepsilon = 1,1$.

№ 2 Укажите соответствие между множествами A, B, C и множествами, заданными перечислением элементов.

1) $A = \{x \in \mathbb{R} : x(x^2 - 5x + 6) = 0\}$; 2) $B = \{x \in \mathbb{Z} : (x^2 - 4)(x^2 - 2) = 0\}$;
3) $C = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ — кратно } 2, x \in [2; 4]\}$.

a) $\{-2, 2\}$; b) $\{-2, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2\}$; c) $\{0, 2, 3\}$; d) $\{2, 4\}$; e) $\{2\}$.

№ 3 Укажите соответствие между промежутками и их образами при отображении $y = 5x + 3$.

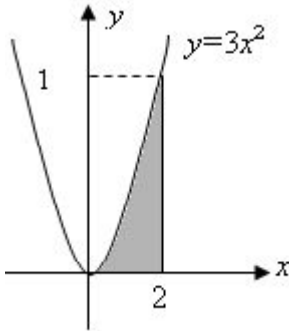
1) $[-1; 0]$; 2) $(-1; 0)$; 3) $[1; 2]$; 4) $(1; 2)$.

a) $[-2; 3]$; b) $(8; 13)$; c) $[-2; 3)$; d) $[8; 13]$; e) $(-2; 3)$; f) $(8; 13]$.

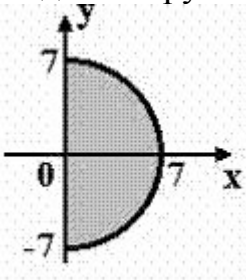
№ 4 Укажите число элементов образа множества $\{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ при отображении f , где f - отображение множества целых чисел в себя определяется формулой $f(m) = |m| - 3$.

- 1) 10; 2) 7; 3) 3; 4) 4.

№ 5 Найдите меру множества, изображенного на рисунке.



№ 6 Найдите меру множества, изображенного на рисунке.



7. Функции нескольких переменных

№ 1 Найдите частные производные первого порядка функции $z = e^{x+y^2}$ в точке $M(0;1)$.

№ 2 Укажите верные равенства для функции $z = x^3 + xy$.

- 1) $\frac{\partial z}{\partial x} - 3x^2 - y = 0$; 2) $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$; 3) $\frac{\partial z}{\partial y} - x = 0$; 4) $\frac{\partial z}{\partial y} + x = 1$.

№ 3 Укажите вид области интегрирования для $\int_{-1}^{-2} dx \int_2^3 f(x, y) dy$.

- 1) прямоугольник; 2) треугольник; 3) квадрат; 4) круг радиуса 1.

№ 4 Найдите градиент скалярного поля $u = z^2 + y^2 - xy$ в точке $B(1;0;1)$ и производную по направлению вектора $2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$ в этой же точке.

№ 5 Укажите вектор, с направлением которого совпадает направление наискорейшего возрастания скалярного поля $u = x^2z - y$ в точке $P(1;0;1)$.

- 1) \bar{i} ; 2) \bar{k} ; 3) $\bar{i} + \bar{k}$; 4) $2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$.

№ 6 Укажите вид линий уровня для функции $z = \frac{1}{x^2 - y^2}$.

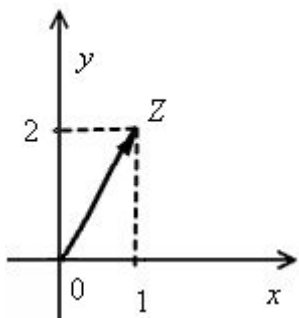
- 1) гиперболы; 2) параболы; 3) прямые; 4) окружности.

№ 7 Укажите производную скалярного поля $u = -x^2 + 2y^2$ в точке $F(-1;2)$ в направлении единичного вектора $\bar{i} = (\cos \alpha; \cos \beta)$.

- 1) $\frac{\partial u}{\partial \bar{i}} = -\cos \alpha + 8\cos \beta$; 2) $\frac{\partial u}{\partial \bar{i}} = 8\cos \alpha + 2\cos \beta$;
3) $\frac{\partial u}{\partial \bar{i}} = 2\cos \alpha + 8\cos \beta$; 4) $\frac{\partial u}{\partial \bar{i}} = -2\cos \alpha - 8\cos \beta$.

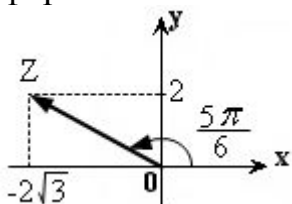
8. Комплексный анализ

- № 1 Запишите комплексное число, изображенное на рисунке в алгебраической форме.

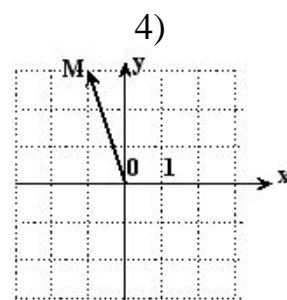
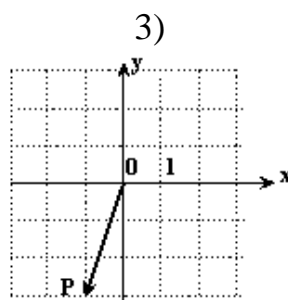
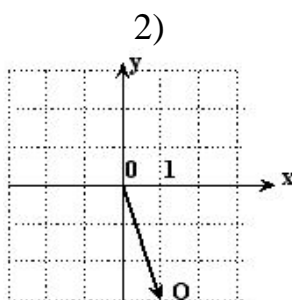
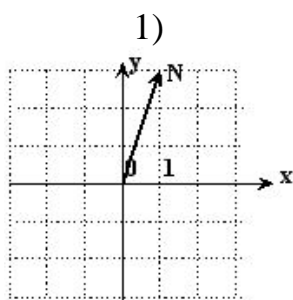
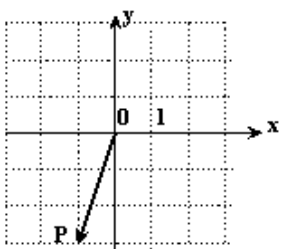


- № 2 Запишите комплексное число $4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \cdot \sin\frac{\pi}{3}\right)$ в алгебраической форме.

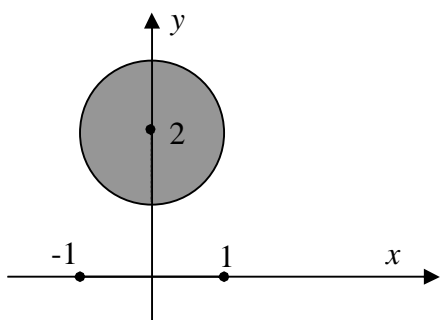
- № 3 Запишите комплексное число, изображенное на рисунке в тригонометрической форме.



- № 4 Укажите комплексно-сопряженное число \bar{z} , для комплексного числа z , заданного радиус-вектором \overline{OP} .



- № 5 Укажите неравенство, которому удовлетворяет множество комплексных чисел, изображенных на рисунке.



- 1) $|z - 2i| \leq 1$; 2) $|z + 2i| \leq 1$; 3) $|z + 2| \leq 1$; 4) $|z - 2| \leq 1$.

№ 6 Укажите соответствие между комплексными числами и числами, сопряженными к ним.

1) $3-5i$; 2) $5-3i$; 3) $-3+5i$; 4) $-5+3i$.

a) $3+5i$; b) $5+3i$; c) $-5-3i$; d) $-3-5i$; e) $3-5i$; f) $-5+3i$.

№ 7 Укажите соответствие между комплексным числом и его аргументом.

1) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 3) $\sqrt{3}$.

a) π ; b) $-\frac{2\pi}{3}$; c) 0 ; d) $-\frac{\pi}{2}$; e) $\frac{\pi}{3}$.

№ 8 Укажите соответствие между комплексным числом и его модулем.

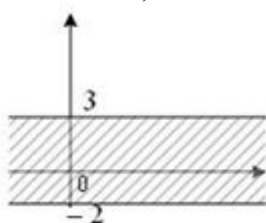
1) $3+4i$; 2) $\sqrt{3}-i$; 3) $-1+\sqrt{8}i$; 4) $-5-12i$.

a) 13 ; b) $\sqrt{2}$; c) 5 ; d) 2 ; e) $\sqrt{7}$; f) 3 .

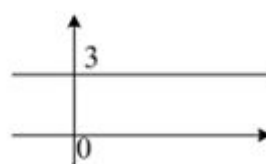
№ 9 Укажите соответствие между областями и их геометрическими интерпретациями.

1) $-2 \leq \operatorname{Re} z \leq 3$; 2) $\operatorname{Im} z = -2$; 3) $\operatorname{Re} z = -2$; 4) $\operatorname{Im} z = 3$.

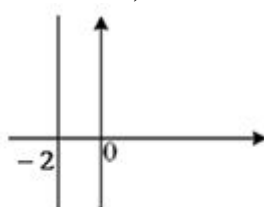
a)



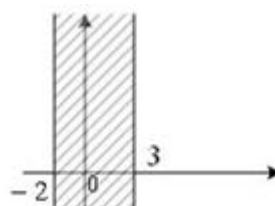
d)



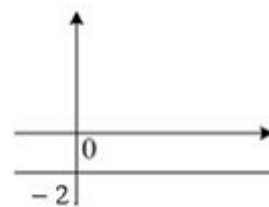
b)



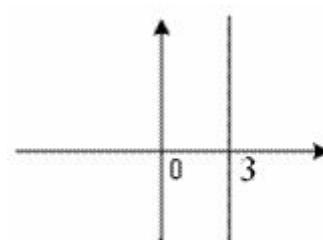
e)



c)



f)



№ 10 Найдите модуль комплексного числа z , если $\operatorname{Im} z = 18$, $\arg z = \arcsin \frac{9}{11}$.

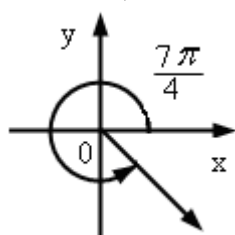
№ 11 Вычислите.

1) i^{13} ; 2) $(2-i)(7-2i)+7i$; 3) $\frac{2-5i}{3+i}$; 4) $\sqrt[3]{125i}$.

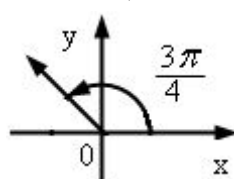
№ 12 Решите уравнение $z+2\bar{z}=3+i$.

№ 13 Укажите вектор, изображающий произведение $z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = 2e^{i\frac{3\pi}{2}}$, $z_2 = e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

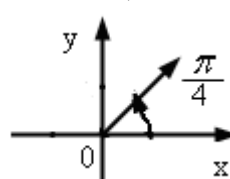
1)



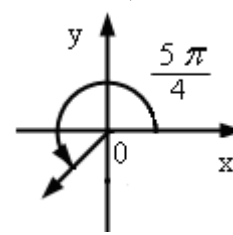
2)



3)



4)



№ 14 Укажите соответствие между операциями над числом $z = 1 + i$ и результатами их выполнения.

1) $z \cdot \bar{z}$; 2) $\frac{\bar{z}}{|z|}$; 3) $2z + \bar{z}$; 4) $z - \bar{z}$.

a) $2i$; b) $-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$; c) $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$; d) 2 ; e) $3 + i$.

№ 15 Найдите значение функции $f(z)$ в точке z_0

1) $f(z) = z^2 + i$, $z_0 = 1 + i$; 2) $f(z) = \frac{1}{z}$, $z_0 = 2 - i$.

№ 16 Найдите значение производной функции $f(z) = 2z^2 + 4$ в точке $z_0 = 2 + i$.

9. Дифференциальные уравнения

№ 1 Укажите для каждого из перечисленных дифференциальных уравнений его порядок, решите дифференциальные уравнения первого порядка.

1) $xy' - 9y = x$; 2) $y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}$; 3) $xy'' - 9y' = x$;

4) $y' - 5x^4 y = 0$; 5) $xy \frac{d^2 y}{dx^2} + 2y \frac{dy}{dx} - y^3 = y^2$; 6) $3yy' - x^2 + 4x + 7 = 0$.

№ 2 Укажите тип дифференциального уравнения $y' + xy = x^2 y^6$.

- 1) однородное дифференциальное уравнение;
- 2) уравнение Бернулли;
- 3) уравнение с разделяющимися переменными;
- 4) линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

№ 3 Найдите значение произвольной постоянной C , если $y = Cx$ - общее решение дифференциального уравнения $xy' = y$ и $y(6) = 18$.

№ 4 Найдите решение дифференциального уравнения $e^{-x}(1 + y') = 1$.

1) $y = e^x + 4$; 2) $y = e^x + x + 4$; 3) $y = -e^x - x + 4$; 4) $y = e^x - x + 4$.

№ 5 Найдите значение k , при котором функция $y = x^3$ является решением дифференциального уравнения $y' = (k + 1)x^2$.

№ 6 Найдите вид интегральной кривой дифференциального уравнения первого порядка $x(y + 1)y' - y^2 = 0$, удовлетворяющего условию $y(1) = 1$.

№ 7 Укажите характеристическое уравнение, если общее решение соответствующего ему линейного однородного дифференциального уравнения, имеет вид $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$.

1) $k^2 + k - 6 = 0$; 2) $k^2 - k - 2 = 0$; 3) $k^2 + 3k - 4 = 0$; 4) $k^2 + k - 2 = 0$.

№ 8 Решите дифференциальные уравнения.

1) $y'' - y' \operatorname{tg} x = \cos x$; 2) $y'' - y' - 2y = \cos x - \sin x$; 3) $y'' - 6y' + 5y = 4e^{5x}$.

№ 9 Укажите соответствие между правой частью неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = f(x)$ и частным решением \bar{y} .

1) $f(x) = x$; 2) $f(x) = x^2 + 1$; 3) $f(x) = e^{-x}$.

a) $\bar{y} = Ax^2 + Bx + C$; b) $\bar{y} = Ax + B$; c) $\bar{y} = Ax^2 e^{-x}$; d) $\bar{y} = Ae^{-x}$.

- № 10 Запишите соответствующее дифференциальному уравнению его характеристическое.
1) $2y^{IV} - 3y''' + y'' + y = 0$.
- № 11 Решите дифференциальное уравнение.
 $y''' = \sin 2x$.

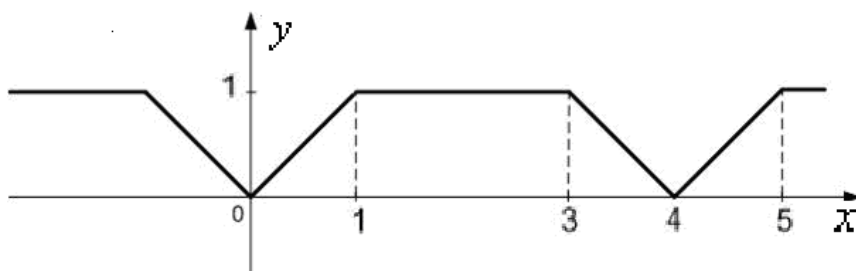
10. Ряды

- № 1 Найдите четвертый член числовой последовательности $x_n = \frac{n+3}{n^2+5}$.
- № 2 Найдите сумму первых пяти членов числовой последовательности: 11; 13; 15;...
- № 3 Укажите соответствие между числовой последовательностью и формулой ее общего члена.
1) $\frac{1}{1 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 5}, \frac{1}{5 \cdot 7}, \dots$; 2) $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \dots$; 3) $\frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \dots$.
а) $a_n = \frac{1}{5n-1}$; б) $a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$; в) $a_n = \frac{1}{3n+1}$; д) $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$.
- № 4 Укажите соответствие между числовой последовательностью $\{a_n\}$ и ее пределом при $n \rightarrow \infty$.
1) $a_n = \frac{3n^2-2}{2n+3}$; 2) $a_n = \frac{2n+3}{3n^2-2}$; 3) $a_n = \frac{2n+3}{3n-2}$; 4) $a_n = \frac{3n^2-2}{2n^2+3}$.
а) $\frac{2}{3}$; б) 0; в) $-\frac{3}{2}$; д) $-\frac{2}{3}$; е) $\frac{3}{2}$; ф) ∞ .
- № 5 Заполните пропуски:
Если последовательность....., то она.....
1) монотонна и ограничена; сходится
2) монотонна; сходится
3) ограничена; сходится
4) сходится; ограничена
- № 6 Найдите сумму числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n$
- № 8 Укажите соответствие между знакопеременными рядами и видами сходимости.
1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 8^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+4)!}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+5}$.
а) абсолютно сходится; б) условно сходится; в) расходится.
- № 9 Укажите значение l , при котором числовой ряд сходится, если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$.
1) 2,1; 2) -0,3; 3) 0,3; 4) -2,1.
- № 10 Укажите все значения p , при которых числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{p+1}}$ сходится.
1) $p \geq 0$; 2) $p > 0$; 3) $p \geq -1$; 4) $p < 1$.
- № 11 Исследуйте ряды на сходимость.
1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{5n+1}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^{-n}}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+1}$.

- № 12 Укажите интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, если его радиус сходимости равен 4.
 1) $(-4;4)$; 2) $(0;4)$; 3) $(-4;0)$; 4) $(-2;2)$.
- № 13 Найдите область сходимости степенных рядов.
 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (x-1)^n$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} n(x+2)^n$.
- № 14 Укажите количество целых чисел, принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{5^n \sqrt[5]{2n^2+1}}$.
- № 15 Найдите разложение функции $f(x) = x^3 - 3$ в ряд Тейлора по степеням $(x-3)$

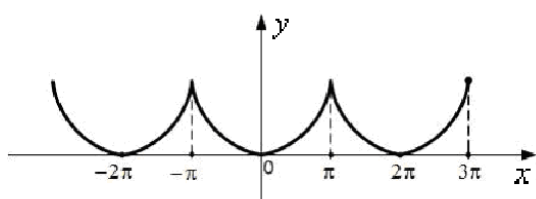
11. Гармонический анализ

- № 1 Укажите закон, описывающий гармонические колебания с амплитудой C , частотой p и начальной фазой α .
 1) $f(x) = C \sin(px - \alpha)$; 2) $f(x) = \frac{C}{(px - \alpha)}$;
 3) $f(x) = C \sqrt{px - \alpha}$; 4) $f(x) = C(px - \alpha)^2$.
- № 2 Укажите аналитическое представление периодической функции $y = f(x)$ на отрезке $0 \leq x \leq 4$, если ее график имеет вид.



- 1) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 3 \\ x-4, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$; 2) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x < 3 \\ 4-x, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$;
 3) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 < x < 3 \\ 4+x, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$; 4) $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 3 \\ 3-x, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$.

- № 3 Укажите верное утверждение:
 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ ($x \in [-\pi; \pi]$) с ее периодическим продолжением.

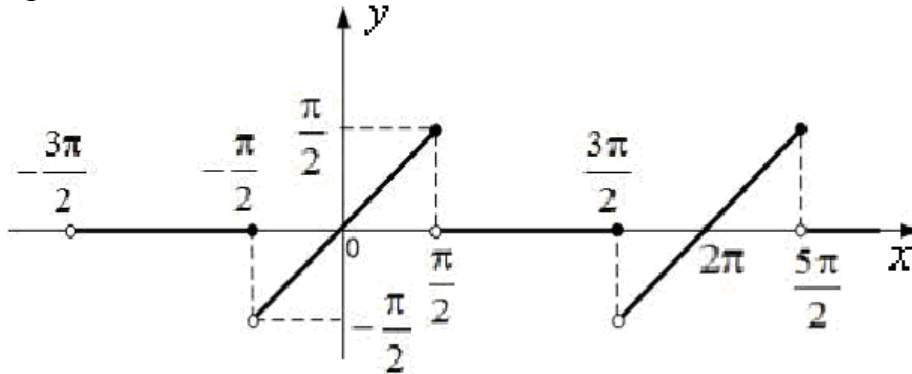


Периодическое продолжение $f(x)$ на всю числовую прямую является...

- 1) четной функцией с наименьшим периодом π ;
 2) четной функцией с наименьшим периодом 2π ;
 3) нечетной функцией с наименьшим периодом π ;
 4) нечетной функцией с наименьшим периодом 2π .

№ 4 Укажите верное утверждение:

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ $\left(-\frac{3\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ с ее периодическим продолжением.



Периодическое продолжение $f(x)$ на всю числовую прямую является...

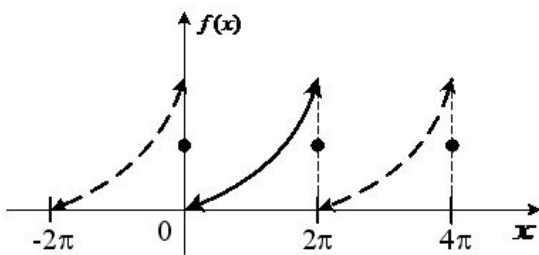
- 1) периодическое продолжение с периодом π функции $f(x)$ имеет точки разрыва второго рода;
- 2) периодическое продолжение с периодом 2π функции $f(x)$ является непрерывным;
- 3) периодическое продолжение с периодом π функции $f(x)$ является непрерывным;
- 4) периодическое продолжение с периодом 2π функции $f(x)$ имеет точки разрыва первого рода.

№ 5 Укажите соответствие между периодической функцией и значением ее периода.

1) $y = \sin 2\pi x$; 2) $y = \operatorname{tg} \frac{2\pi x}{3}$; 3) $y = \cos \frac{\pi x}{3}$.

a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$; c) 6; d) 1; e) $\frac{3}{2}$.

№ 6 Укажите ряд Фурье для функции $f(x)$, график которой при $x \in [0; 2\pi]$ и его периодическое продолжение заданы на рисунке.



1) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$; 2) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$; 4) $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$.

№ 7 Укажите ряд Фурье для четной функция $f(x)$, заданной на отрезке $[-2; 2]$.

1) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{\pi nx}{2} + b_n \sin \frac{\pi nx}{2} \right)$; 2) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{\pi nx}{2}$;

3) $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi nx}{2}$; 4) $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi nx}{2}$.

№ 8 Найдите коэффициент a_0 ряда Фурье периодической функции $f(x)$ с периодом 2, заданной на отрезке $[-1; 1]$ уравнением $y = x^2$.

- № 9 Найдите коэффициент a_0 ряда Фурье периодической функции $f(x)$ с периодом $2l$, заданной на интервале $(0; 2l)$ соотношением $f(x) = \begin{cases} A, & 0 < x \leq l \\ 0, & l < x < 2l \end{cases}$.

12. Дискретная математика

- № 1 Даны высказывания: a – «Иван занимается в хоровом кружке», b – «Иван занимается в драматическом кружке».
Укажите высказывание алгебры логики, соответствующее утверждению «если Иван занимается в хоровом кружке, то он не занимается в драматическом кружке».
1) $a \rightarrow \bar{b}$; 2) $a \wedge \bar{b}$; 3) $a \vee b$; 4) $a \rightarrow b$.
- № 2 Укажите верные утверждения:
Для высказывания «Все внутренние углы треугольника ABC - острые» высказывание «Один из внешних углов треугольника ABC - тупой» является...
1) необходимым (но недостаточным) условием;
2) достаточным (но не необходимым) условием;
3) не является ни необходимым, ни достаточным;
4) необходимым и достаточным условием.
- № 3 Укажите верные утверждения:
Дано множество $X = \{1; 2; 3\}$. Тогда ...
1) $\{2\} \in X$;
2) $3 \subset X$;
3) $\{1; 2\} \subset X$;
4) $1 \in X$.
- № 4 Укажите формулы, истинные при всех истинных значениях входящих в них переменных.
1) $x \vee 0 = 0$; 2) $\overline{x \vee y} = \bar{x} \vee \bar{y}$; 3) $x \vee 0 = x$; 4) $\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}$.
- № 5 Укажите таблицу истинности логического высказывания $p \vee s$.
- 1)
- | p | s | $p \vee s$ |
|-----|-----|------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
- 2)
- | p | s | $p \vee s$ |
|-----|-----|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
- 3)
- | p | s | $p \vee s$ |
|-----|-----|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
- 4)
- | p | s | $p \vee s$ |
|-----|-----|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
- № 6 Укажите элементы множеств, если $A = \{-4; -1, 3; 1, 4; 4; 10\}$ и N – множество натуральных чисел.
1) $A \cap N$; 2) $A \setminus N$.
- № 7 Найдите число элементов множества $A \cap B$, где $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{a, \bar{b}, v, z, \partial, e\}$.
- № 8 Найдите декартово произведение $X \times Y$, если $X = \{\alpha; \beta\}$ и $Y = \{a; b; c; d\}$. Укажите количество элементов $X \times Y$.

№ 9 Укажите верное утверждение:
Множество задано равенством $M = \{(x; y) : |x - y| \leq 6\}$, тогда...

- 1) $(-2; 5) \in M$;
- 2) $(5; -2) \in M$;
- 3) $(-1; 5) \in M$;
- 4) $(-4; 4) \in M$.

№ 10 Укажите соответствие между множествами A , B и C и множествами, заданными перечислением элементов.

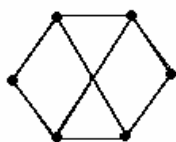
- 1) $A = \{x \in R : x(x^2 - 4x + 3) = 0\}$; 2) $B = \{x \in Z : (x^2 - 4)(x^2 - 5) = 0\}$;
- 3) $C = \{x \in N : x \text{ кратно } 2, x \in [0, 3]\}$.
- a) $\{-\sqrt{5}, -2, 2, \sqrt{5}\}$; b) $\{-2, 2\}$; c) $\{0, 2\}$; d) $\{0, 1, 3\}$; e) $\{2\}$.

№ 11 Найдите число способов выбора двух дежурных из группы в 20 студентов.

№ 12 Найдите число трехзначных чисел, которые можно составить из пяти карточек с цифрами 1, 2, 5, 7, 8.

№ 13 Найдите число способов расставить 5 различных книг на полке.

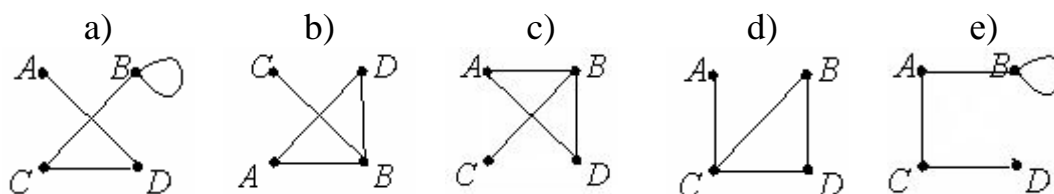
№ 14 Определите количество вершин и ребер графа, изображенного на рисунке. Укажите степень каждой вершины графа.



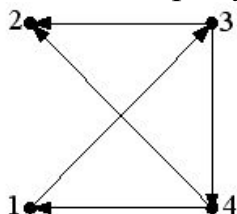
№ 15 Неориентированные графы имеют множество вершин $\{A, B, C, D\}$. Множества их ребер заданы отношением инцидентности: каждое ребро представлено как пара вершин.

Укажите соответствие между неориентированным графом и его изображением

- 1) $\{(A, B), (B, C), (A, D), (B, D)\}$; 2) $\{(A, B), (A, C), (B, B), (C, D)\}$;
- 3) $\{(A, D), (B, C), (C, D), (B, B)\}$.

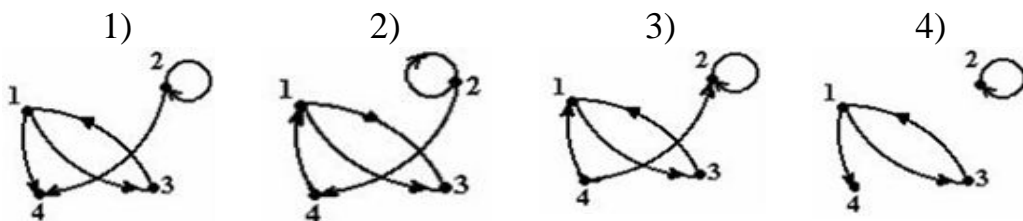


№ 16 Укажите матрицу смежности ориентированного графа

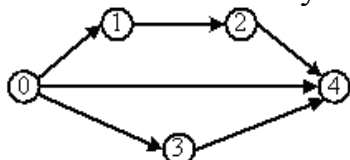


- 1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- № 17 Укажите реализацию графа с множеством вершин $V = \{1, 2, 3, 4\}$ и списком дуг $E = \{(1; 4), (1; 3), (2; 2), (2; 4), (3; 1)\}$.



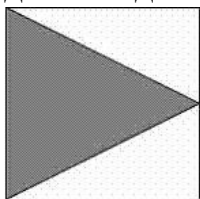
- № 18 Укажите полный путь для ориентированного графа, изображенного на рисунке



- 1) $L: 1 \rightarrow 4$; 2) $L: 0 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$; 3) $L: 0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$; 4) $L: 0 \rightarrow 2 \rightarrow 4$.

13. Теория вероятностей

- № 1 В квадрат со стороной 10 брошена точка. Найдите вероятность того, что она попадет в выделенную область.



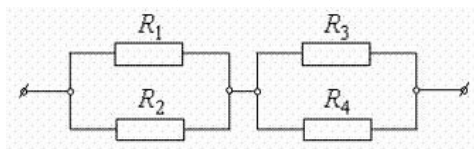
- № 2 Игральная кость бросается **один раз**. Найдите вероятность того, что на верхней грани выпадет **менее шести очков**.
- № 3 Игральная кость брошена 3 раза. Найдите вероятность того, что **хотя бы один** раз выпадет число, делящееся на три.
- № 4 В урне находятся 2 белых и 5 черных шаров. Из урны поочередно вынимают два шара, но после первого вынимания шар **возвращается** в урну, и шары в урне перемешиваются. Найдите вероятность того, что оба шара черные.
- № 5 В урне находятся 3 белых и 2 черных шара. Из урны поочередно вынимают два шара. Найдите вероятность того, что оба шара белые.
- № 6 По оценкам экспертов вероятности банкротства для двух предприятий, производящих разнотипную продукцию, равны 0,3 и 0,35. Найдите вероятность банкротства обоих предприятий.
- № 7 По мишени производится три выстрела. Значение вероятности ни одного попадания при всех трех выстрелах равно 0,6; значение вероятности ровно одного попадания - 0,2; значение вероятности ровно двух попаданий - 0,1. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена **не менее двух** раз.
- № 8 Укажите верные утверждения:
Из каждой из двух колод вынимают по одной карте. События А- {карта из первой колоды - красной масти} и В- {карта из второй колоды - бубновой масти} являются...

- 1) зависимыми;
- 2) несовместными;
- 3) совместными;
- 4) независимыми.

№ 9 Укажите верное утверждение:
Случайные события A и B , удовлетворяющие условиям $P(A)=0,6$, $P(B)=0,4$, $P(A \cdot B)=0,2$ являются ...

- 1) совместными и зависимыми;
- 2) несовместными и зависимыми;
- 3) совместными и независимыми;
- 4) несовместными и независимыми.

№ 10 Пусть A_i ($i = \overline{1,4}$) - события, заключающиеся в том, что в электрической цепи



сопротивления R_i не вышли из строя за время T , событие A - цепь из строя не вышла за время T .

Укажите представление события A через A_i .

- 1) $A = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4$; 2) $A = (A_1 + A_2) \cdot (A_3 + A_4)$; 3) $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$;
- 4) $A = A_1 \cdot A_2 + A_3 \cdot A_4$.

№ 11 В первом ящике 7 красных и 11 синих шаров, во втором – 5 красных и 9 синих. Из произвольного ящика достают один шар.

Укажите вероятность того, что он синий.

- 1) $\frac{11}{18} + \frac{9}{14}$; 2) $\frac{11}{18} \cdot \frac{9}{14}$; 3) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{11}{18} + \frac{9}{14} \right)$; 4) $\frac{11+9}{18+14}$.

№ 12 Вероятность того, что деталь бракованная, равна 0,005. Проверяется 400 деталей. Укажите формулу вычисления вероятности того, что больше 3 деталей оказались с браком.

- 1) формулу полной вероятности;
- 2) формулу Пуассона;
- 3) локальную формулу Муавра-Лапласа;
- 4) интегральную формулу Муавра-Лапласа.

№ 13 Событие A может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий B_1 и B_2 , образующих полную группу событий. Известны вероятность $P(B_1) = \frac{2}{5}$ и условные вероятности $P(A/B_1) = \frac{1}{4}$, $P(A/B_2) = \frac{1}{2}$. Найдите вероятность $P(A)$.

№ 14 Вероятность появления события A в 10 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,8. Найдите дисперсию числа появления события A в этой серии испытаний.

- 1) 1,6; 2) 8; 3) 0,08; 4) 0,16.

№ 15 Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	0	1	2	3	4
P	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Найдите вероятность $P(0 \leq X \leq 2)$.

- № 16 Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	0	x_2	9
P	0,1	0,5	0,4

Ее математическое ожидание $M(X) = 5,6$. Найдите значение x_2 и дисперсию случайной величины $Y = 2X$.

- № 17 Укажите значение параметров a и b , если математическое ожидание дискретной случайной величины X , заданной законом распределения, равно 3,3.

X	-1	2	4
P	0,1	a	b

1) $a = 0,1; b = 0,9$; 2) $a = 0,8; b = 0,1$; 3) $a = 0,2; b = 0,7$; 4) $a = 0,1; b = 0,8$.

- № 18 Функция распределения дискретной случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ 0,3, & \text{если } 0 < x \leq 1, \\ 0,5, & \text{если } 1 < x \leq 6, \\ 1, & \text{если } x > 6. \end{cases}$$

Найдите вероятность $P(-1 \leq X \leq 3)$.

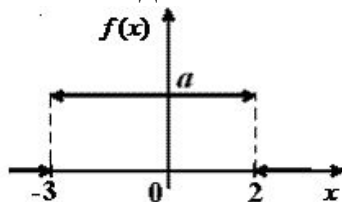
- № 19 Найдите значение C , если плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины X , имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ Cx, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 0, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

- № 20 Найдите значение C , если функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины X , имеет вид

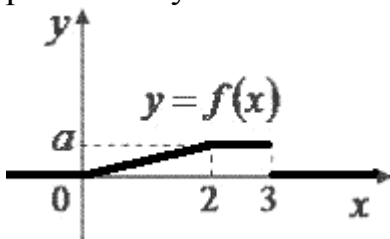
$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -1, \\ Cx + 2, & \text{если } -1 < x \leq -\frac{1}{2}, \\ 1, & \text{если } x > -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

- № 21 Укажите значение a , если график плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины X , распределенной равномерно в интервале $(-3; 2)$, имеет вид...



1) 0,2; 2) 0,25; 3) 1; 4) 0,4.

- № 22 Укажите значение a , если график плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины X , имеет вид...



1) 0,4; 2) 0,25; 3) 1; 4) 0,5.

№ 23 Найдите математическое ожидание и дисперсию, нормально распределенной случайной с плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-6)^2}{50}}$.

№ 24 Укажите верное утверждение:
Случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[2; 5]$. Распределение случайной величины $Y=3X-1$ имеет ...

- 1) равномерное распределение на отрезке $[6; 15]$;
- 2) равномерное распределение на отрезке $[5; 14]$;
- 3) другой (кроме равномерного и нормального) вид распределения;
- 4) нормальное распределение на отрезке $[2; 5]$.

№ 25 Укажите математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение непрерывной случайной величины, плотность распределения вероятностей которой имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0, \\ 0,01 \cdot e^{-0,01x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

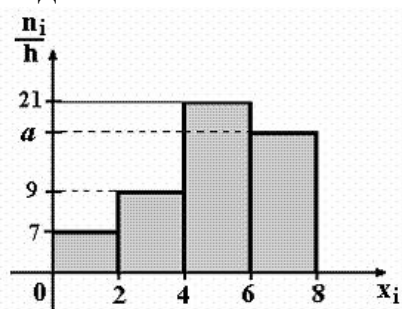
- 1) $M(X)=100, \sigma(X)=10$; 2) $M(X)=0,01, \sigma(X)=100$;
- 3) $M(X)=0,1, \sigma(X)=0,1$; 4) $M(X)=100, \sigma(X)=100$.

14. Математическая статистика

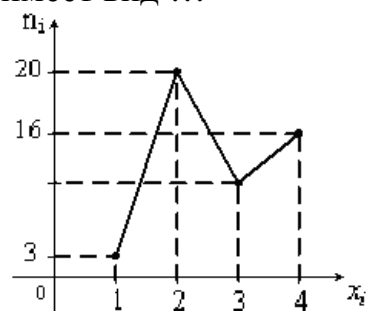
№ 1 Найдите n_2 , относительную частоту варианты $x_1=1$ для выборки объема $n=50$, вариационный ряд которой имеет вид ...

x_i	1	2	3	4
n_i	12	n_2	10	9

№ 2 Найдите значение a , если гистограмма частот для выборки объема $n=100$, имеет вид ...



№ 3 Найдите число вариант $x_i = 3$, если полигон частот для выборки объема $n=52$, имеет вид ...



- № 4** Укажите верное утверждение:
Если каждый элемент выборки объема n уменьшить в 6 раз, то выборочное среднее \bar{x} ...
1) уменьшится в 6 раз;
2) уменьшится на 6 единиц;
3) не изменится;
4) увеличится в 6 раз.
- № 5** Найдите несмещенную оценку дисперсии измерений некоторой случайной величины одним прибором (без систематических ошибок), результат измерения которой (в мм): 13, 15, 17.
- № 6** Найдите несмещенную оценку математического ожидания измерений некоторой случайной величины одним прибором (без систематических ошибок), результат измерения которой (в мм): 4, 5, 8, 9, 11.
- № 7** Найдите исправленную дисперсию S^2 для выборки объема $n=10$, если выборочная дисперсия $D_{\hat{a}} = 180$.
1) 324; 2) 162; 3) 200; 4) 400.
- № 8** Найдите моду вариационного ряда 1, 2, 5, 6, 7, 7, 10
- № 9** Укажите вид конкурирующей гипотезы, если основная гипотеза H_0 имеет вид $H_0: \sigma^2 = 5$.
1) $H_1: \sigma^2 \leq 5$; 2) $H_1: \sigma^2 \neq 4$; 3) $H_1: \sigma^2 \geq 5$; 4) $H_1: \sigma^2 > 5$.
- № 10** Укажите вид конкурирующей гипотезы, если основная гипотеза H_0 имеет вид $H_0: a = 20$.
1) $H_1: a \geq 10$; 2) $H_1: a \leq 20$; 3) $H_1: a \geq 20$; 4) $H_1: a > 20$.
- № 11** Найдите коэффициент корреляции, если выборочное уравнение парной регрессии имеет вид $y = 2,2 + 0,6x$ и средние квадратические отклонения $\sigma_x = 2$, $\sigma_y = 1,5$.

15. Абстрактная алгебра

- № 1** Укажите необходимое и достаточное условие делимости натурального числа N на 84.
1) делимость N на 2 и на 42; 2) делимость N на 7, на 2 и на 6;
3) делимость N на 6 и на 14; 4) делимость N на 7, на 4 и на 3.
- № 2** Укажите операции, определенные на множестве натуральных чисел N .
1) $a \circ b = \frac{a \cdot b}{2}$; 2) $a \circ b = 2(a + b)$; 3) $a \circ b = a \cdot b$;
4) $a \circ b = -a - b$; 5) $a \circ b = a^b$; 6) $a \circ b = \frac{a}{b}$.
- № 3** Укажите множества чисел, на которых выполнима и однозначна бинарная операция сложения.
1) нечетные натуральные; 2) $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$; 3) натуральные; 4) целые.
- № 4** Укажите множества пар $(a; b) \in N \times N$, на которых выполнима и однозначна бинарная операция R делимости $(a + b) R a$ ($(a + b)$ делится на a) выполнима и однозначна.
1) $\{(3; 6), (2; 8), (2; 4), (5; 10)\}$; 2) $\{(1; 7), (2; 14), (3; 12), (4; 8)\}$;
3) $\{(2; 4), (2; 3), (3; 3), (2; 6)\}$; 4) $\{(1; 5), (5; 1), (3; 6), (4; 12)\}$.

№ 5 Постройте графики указанных отображений. Укажите среди перечисленных линейные.

1) $f(x) = -\frac{1}{2}x$; 2) $f(x) = \frac{2}{x}$; 3) $f(x) = \sin 2x$;

4) $f(x) = 2x^2 + 1$; 5) $f(x) = 3^x$; 6) $f(x) = x$.

№ 6 Найдите координаты образа вектора $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ линейного отображения, заданного в стандартном базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

№ 7 Найдите линейные комбинации для системы векторов-многочленов $f(t) = 2 - t + t^2$, $g(t) = 1 - t^3$.

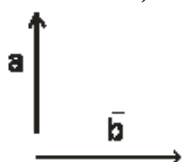
1) $f - 3g$; 2) $f - 2g$; 3) $5f + g$.

№ 8 Найдите линейные комбинации для векторов $\vec{a} = (1; 3; -1)$, $\vec{b} = (-2; 0; -3)$.

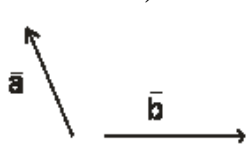
1) $2\vec{a} - \vec{b}$; 2) $2\vec{a} + \vec{b}$; 3) $\vec{a} - 2\vec{b}$.

№ 9 Укажите пары векторов, образующих базис на плоскости.

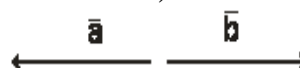
1)



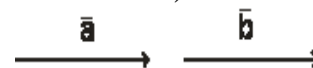
2)



3)



4)



№ 10 Найдите корни многочленов и укажите кратность каждого корня.

$$P_1(x) = 3(x-2)^2(x+2)^3(x+3)^4,$$

$$P_2(x) = (x-1)^5(x+2)^3 - 9(x-1)^3(x+2)^3$$

$$P_3(x) = (x^2 + 2x + 2)(x^2 + 3x - 2),$$

$$P_4(x) = (x^3 - x^2)(x^2 + x + 1)$$

№ 11 Укажите множество, которому принадлежат корни многочлена, разложение которого над полем действительных чисел имеет вид $P(x) = (x+2)(x-1,4)(x+1,4)$.

1) $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x < 2\}$; 2) $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x < 1,4\}$;

3) $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3\}$; 4) $A = \{x \in \mathbb{R} | -1,4 \leq x \leq 2\}$.

16. Численные методы

№ 1 Укажите интервал, которому принадлежит действительный корень уравнения $x^3 + 2x - 2 = 0$.

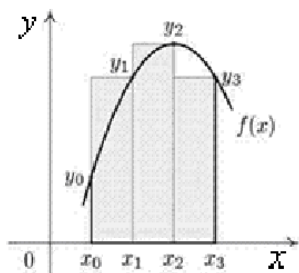
1) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$; 2) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$; 3) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$; 4) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

№ 2 Проведено три итерации метода половинного деления при решении уравнения $x^2 - 2,4 = 0$ на отрезке $[0; 8]$. Укажите точки, в которых требуется последовательно вычислить значения функции $f(x) = x^2 - 2,4$.

№ 3 Укажите корень уравнения $4\ln x + 2x - 2 = 0$.

1) e ; 2) 2 ; 3) 1 ; 4) 0 .

- № 4 Укажите соответствие между уравнением и его решением.
 1) $8\ln(x+4) + 3x + 9 = 0$; 2) $3e^{x-2} - 2\ln(x-1) - 3 = 0$;
 3) $5e^{x-3} - 3x + 4 = 0$.
 а) 2; б) 3; в) -3.
- № 5 Укажите три члена разложения дифференциальное уравнение $y' = x + y$ при $y(0) = 1$ в степенной ряд.
 1) $-1 + x + x^2$; 2) $1 + x + x^6$; 3) $1 + x + x^2 + x^3$; 4) $1 + x + x^2$.
- № 6 Укажите формулу, по которой можно вычислить значение функции $y = \operatorname{arctg} x$ в точке $x_0 + \Delta x = 0,96$.
 1) $\operatorname{arctg} 0,96 = 1 + \frac{1}{\cos^2 x} + o(-0,04)$; 2) $\operatorname{arctg} 0,96 = \frac{\pi}{4} - 0,04 + o(-0,04)$;
 3) $\operatorname{arctg} 0,96 = \frac{\pi}{4} - 0,02 + o(-0,04)$; 4) $\operatorname{arctg} 0,96 = \frac{\pi}{4} + 0,02 + o(-0,04)$.
- № 7 Запишите формулу прямоугольников приближенного вычисления определенного интеграла, соответствующую рисунку



- № 8 График функции $f(x)$ проходит через точки

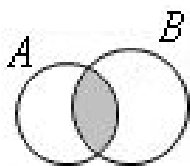
x_i	1	2	3
y_i	2	2	4

Укажите интерполяционный многочлен второго порядка для функции $f(x)$.

- 1) $P(x) = x^2 - 3x + 4$; 2) $P(x) = x^2 - 4x + 5$; 3) $P(x) = x^2 - x + 2$; 4) $P(x) = x^2 - 2x + 3$.

17. Дифференциальная геометрия

- № 1 Найдите радиус окружности и ее кривизну $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.
- № 2 Укажите поверхность, определяемую уравнением $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} + \frac{z^2}{9} = 1$.
 1) однополостный гиперболоид; 2) сфера; 3) конус; 4) эллипсоид.
- № 3 Укажите операцию, над множествами A и B , результат которой выделен на рисунке.



- 1) $A \setminus B$; 2) $A \cup B$; 3) $A \cap B$; 4) $B \setminus A$.
- № 4 Найдите кривизну параболы $y^2 = 4x$ в ее вершине.
 1) 2; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 4; 4) $\frac{1}{4}$.

№ 5 Найдите радиус кривизны кривой $y = \ln x$ в точке $M(1;0)$.

- 1) 2; 2) $2\sqrt{2}$; 3) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$; 4) $\frac{1}{2}$.

№ 6 Найдите координаты центра кривизны кривой $y = 2x^2$ в точке $M(-1;2)$.

- 1) $C\left(16; \frac{13}{4}\right)$; 1) $C\left(-18; \frac{13}{4}\right)$; 1) $C\left(16; \frac{25}{4}\right)$; 1) $C\left(-18; \frac{25}{4}\right)$.

18. Экономико-математические методы и модели

№ 1 Даны функции спроса $q = \frac{p+9}{p+1}$ и предложения $S = 2p + 3$, где p - цена товара.

Найдите: 1) равновесную цену; 2) равновесный объем «спроса-предложения» ($q = S$).

№ 2 Потребитель имеет возможность потратить 200 ден.ед. на потребление x ед. первого товара и y ед. второго товара. Цена 1 ед. первого товара равна 5 ден.ед., цена 1 ед. второго товара равна 10 ден.ед. Функция полезности для потребителя имеет вид $u = \sqrt{xy}$. Найдите значение x и y , при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

- 1) $x = 8$ и $y = 16$; 2) $x = 20$ и $y = 10$; 3) $x = 20$ и $y = 20$; 4) $x = 40$ и $y = 0$.

№ 3 Производственная функция имеет вид $y = K^{0.5} \cdot L^{0.5}$, где K - капитал, L - труд, y - объем товарной продукции. Найдите при $K = 16$ и $L = 25$: 1) предельный продукт по затратам труда; 2) предельный продукт по затратам капитала.

№ 4 Производственная функция имеет вид $y = 0,75 \cdot K^{0.5} \cdot L^{0.3}$, где K - капитал, L - труд, y - валовый выпуск продукции. Найдите: 1) коэффициент эластичности функции y по труду; 2) коэффициент эластичности функции y по капиталу.

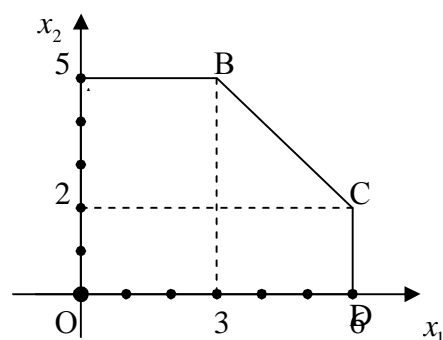
№ 5 Дана функция полезности $u = 3\sqrt{xy}$, где x - количество ед. первого ресурса, y - количество ед. второго ресурса. Найдите: 1) уравнения кривых безразличия; 2) предельную норму замены ресурса x ресурсом y при $x = 25$ и $y = 36$.

№ 6 Найдите минимум функции $z = x^3 + y^3$ при условии $x + y - 2 = 0$.

№ 7 Найдите максимум функции $z = 4 - x^2 - y^2$ при условии $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$.

№ 8 Найдите минимальное значение функции $F = x_1 - 4x_2$ при ограничениях: $3x_1 + 2x_2 \leq 6$, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$.

№ 9 Область допустимых решений OABCD задачи линейного программирования изображена на рисунке. Укажите точку, в которой достигается максимальное значение функции $F = 3x_1 + x_2$ и найдите его.



№ 10 Найдите минимум функции $z = 2x_1 - 3x_2$ при ограничениях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 16 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 4x_1 - 3x_2 \geq 0, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

№ 11 Используя симплекс-метод, найдите оптимальное решение задачи линейного программирования:

$$z = x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + x_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 - x_4 - 2x_6 = 5 \\ x_2 + x_4 - 3x_5 + x_6 = 3 \\ x_3 + 2x_4 - 5x_5 + 5x_6 = 15, \quad x_j \geq 0 \ (j = \overline{1,6}). \end{cases}$$

№ 12 Транспортная задача

	50	60+b	200
100+a	7	2	4
200	3	5	6

будет закрытой, если...

- 1) $a=40, b=10$; 2) $a=40, b=30$; 3) $a=50, b=70$; 4) $a=50, b=65$.

№ 13 Среди транспортных задач

1.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	22	34	44	20
51	10	7	6	8
48	5	6	5	4
38	8	7	6	7

2.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	20	30	35	22
31	10	7	6	8
48	5	6	5	4
28	8	7	6	7

3.

Мощности поставщиков	Мощности потребителей			
	25	44	36	35
45	10	7	6	8
42	5	6	5	4
53	8	7	6	7

.... являются открытыми

- 1) 2 и 3; 2) 2; 3) 3; 4) 1.

- № 14 Используя метод потенциалов, составьте план перевозок однородного от пунктов производства к пунктам потребления, при котором суммарные транспортные расходы будут минимальными.

	180	220	60	110
200	3	6	8	6
150	4	4	9	12
100	5	6	7	11
120	6	7	8	2

- № 15 Для платежной матрицы определите:

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

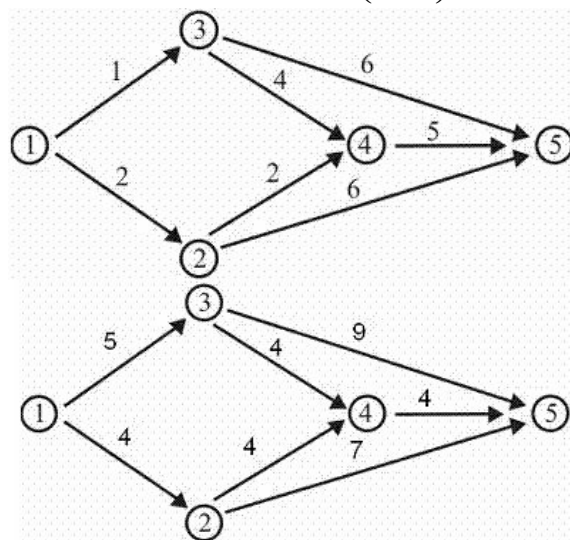
- 1) нижнюю и верхнюю цены игры;
- 2) минимаксные стратегии;
- 3) наличие Седловой точки.

- № 16 Матричная игра задана платежной матрицей $\begin{pmatrix} 8 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$. Тогда цена игры заключена в интервале...

- 1) (8 ; 29);
- 2) (3 ; 6);
- 3) (6 ; 7);
- 4) (2 ; 3).

- № 17 Графическим методом найдите решение игры, заданной матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

- № 18 Для сетевого графика, изображенного на рисунке, укажите критические работы и найдите длину критического пути.



- № 19 Ближайшим сроком завершения комплекса работ, представленного сетевой моделью на рисунке, является $T = \dots$

- 1) 12;
- 2) 11;
- 3) 14;
- 4) 13.

- 1) Вдовин А.Ю., Михалева Л.В., Мухина В.М. и др. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории. – СПб. Изд. «Лань», 2009.
- 2) Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике. – М.: Айрис-пресс, 2007.
- 3) Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2001.
- 4) Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2006.
- 5) Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: Высшая школа, 2003. – ч.1,2.
- 6) Калихман И.М., Войтенко М.А. Динамическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1979.
- 7) Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов. – М.: Юнити, 1999.
- 8) Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.П., Волощенко А.В. Математическое программирование. – М.: Высшая школа, 1980.
- 9) Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. – М.: Наука, 1985. – т.1,2,3.
- 10) Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис пресс, 2004. – ч.1,2.

Распределение тем по семестрам для специальностей заочного факультета.

номер специальности	Семестр 1		Семестр 2		Семестр 3		Семестр 4		Семестр 5	
	кр	темы	кр	темы	кр	темы	кр	темы	кр	темы
080109,65	1,2	1;2;3;4;5.1	3,4	5.2;7;18	5	8;9;10;11	6	13;14;16		
080502,65	1,2	1;2;3;4;5.1	3,4	5.2;7;18	5	8;9;10;11	6	13;14;16		
080507,65	1,2,3	1;2;3;4;5.1	4,5,6	5.2;7;18						
080801,65	1,2	1;2;3;4	3,4	5;6;7	5,6	8;9;12	7,8	13;14	9	10;11;15;16
120302,65	1	15;3;2;4	2	5;7	3	8;9;12	4	13;14		
150405,65	1,2,3	1;2;3;4	4,5,6	5;6;7	7,8	8;9;12	9,10	13;14	11	10;11;15;16
190601,65	1,2,3	1;2;3;4	4,5,6	5;6;7	7,8	8;9;12;16	9,10	13;14	11	10;11;15;17
190603,65	1,2,3	1;2;3;4	4,5,6	5;6;7	7,8	8;9;12	9,10	13;14	11	10;11;15;16
190701,65	1,2,3	1;2;3;4	4,5,6	5;6;7	7,8	8;9;12;16	9,10	13;14	11	10;11;15;17
190702,65	1,2,3	1;2;3;4	4,5,6	5;6;7	7,8	8;9;12;16	9,10	13;14	11	10;11;15;17
220301,65	1,2,3	1;2;3;4	4,5,6	5;6;7	7,8	8;9;12	9,10	13;14	11	10;11;15;16
220501,65	1,2	1;2;3;4	3,4	5;6;7	5,6	8;9;10;11	7	13;14;16		
240100,62	1,2	1;2;3;15;4	3,4	5;7;8	5,6	9;10;11	7	12;13;14		
250203,65	1	15;2;3;4;5.1	2	5.2;7;8;9;12						
250300,62	1,2	1;2;3;4	3,4	5;6;7	5,6	8;9;10;11	7	13;14;16		
250401,65	1,2	1;2;3;4	3,4	5;6;7	5,6	8;9;10;11	7	13;14;16		
250403,65	1,2	1;2;3;4	3,4	5;6;7	5,6	8;9;10;11	7	13;14;16		
270205,65	1,2	1;2;3;4	3,4	5;6;7	5,6	8;9;12;16	7,8	13;14	9	10;11;15;17
280201,65	1,2	1;2;3;15;4	3,4	5;7;8	5,6	9;10;11	7	12;13;14		
280202,65	1,2	1;2;3;15;4	3,4	5;7;8	5,6	9;10;11	7	12;13;14		

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Уральский государственный лесотехнический
университет

Кафедра высшей математики

Контрольная работа № ____ (указать номера)

Выполнил(а) студент(ка) ЗФ:
указать ФИО _____

Курс _____ (указать номер курса)

Специальность ____ (указать номер)

Шифр _____ (номер зачетной книжки)

Срок обучения _____

Екатеринбург, 20__ г.